Nazwa przedmiotu Analiza Matematyczna I (1000-M1AM1n), Analiza Matematyczna II (1000-M1AM2n)
Wykładowcy dr hab. Grzegorz Gabor, dr hab. Sławomir Plaskacz
Wymiar i forma zajęć AM I: 90 (=30+60) godz. wykładu + 120 (=60+60) godz. ćwiczeń, AM II: 60 (=30+30) godz. wykładu + 60 (=30+30) godz. ćwiczeń, AM III: 30 godz. wykładu + 30 godz. ćwiczeń.
Wymagania egzaminacyjne Egzaminy w formie pisemnej i ustnej po pierwszym, drugim, czwartym i piątym semestrze, zaliczenie ćwiczeń na ocenę w każdym semestrze
Wymagania wstępne Znajomość matematyki w zakresie szkoły średniej przed pierwszym semestrem, w kolejnych semestrach zaliczenie poprzedniego semestru przedmiotu
Opis przedmiotu Jest to podstawowy kurs analizy matematycznej obejmujący m.in. rachunek różniczkowy i całkowy funkcji jednej i wielu zmiennych oraz elementy równań różniczkowych zwyczajnych. Szczególną uwagę poświęca się wprowadzeniu i badaniu własności funkcji elementarnych pojawiających się w matematyce szkolnej. Dokładnie omawiane są pojęcia graniczne takie jak kresy zbiorów, granica ciągu i funkcji, zbieżność szeregu, pochodna funkcji i całka Riemanna (obecnie wszystkie pojęcia graniczne wycofywane są z programu szkolnego i dla wielu osób są to pojęcia nowe). W ramach wykładu przybliżane są podstawowe wiadomości z zakresu przestrzeni metrycznych, całki Lebesgue'a i teorii szeregów Fouriera.

Program wykładu

I Pojęcia wstępne

- Podstawowe oznaczenia z logiki i rachunku zbiorów
- Pojęcie funkcji, funkcje różnowartościowe, „na" i odwracalne

II Liczby rzeczywiste

- Uwagi historyczne i podejście „naturalne"
- Definicja aksjomatyczna i uwagi o konstrukcji Dedekinda i Cantora
- Wnioski z aksjomatów ciała uporządkowanego, wartość bezwzględna
- Podzbiory liczb naturalnych, całkowitych i wymiernych; Zasada Indukcji Matematycznej
- Wnioski z aksjomatu kresu górnego

III Funkcje elementarne

- Ogólne własności funkcji rzeczywistych (monotoniczność, okresowość, parzystość, ograniczoność)
- Wielomiany i funkcje wymierne
- Funkcje trygonometryczne i cyklometryczne
- Konstrukcja potęgi o wykładniku rzeczywistym, funkcja wykładnicza i logarytmiczna

IV Ciągi liczbowe

- Prawie wszystkie i nieskończenie wiele wyrazów ciągu
- Granica ciągu, własności ciągów zbieżnych
- Ciągi monotoniczne, liczba e
- Zasada zupełności Cauchy'ego, twierdzenie Bolzano-Weierstrassa
- Punkty skupienia, granice dolna i górna ciągu

V Granica i ciągłość funkcji

- Definicje Heinego i Cauchy'ego granicy funkcji w punkcie
- Własności granic
- Granice niewłaściwe i granice w nieskończoności
- Ciągłość i jednostajna ciągłość funkcji, własności funkcji ciągłych określonych na przedziałach
- Ciągłość funkcji elementarnych
- Granica górna i granica dolna funkcji, półciągłość funkcji

VI Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej

- Definicja pochodnej, warunki równoważne i interpretacja graficzna
- Własności pochodnej: suma, iloczyn, iloraz, złożenie, funkcja odwrotna
- Pochodne funkcji elementarnych
- Różniczka funkcji i jej związek z pochodną
- Twierdzenia o wartości średniej: Rolle'a, Lagrange'a, Cauchy'ego
- Reguła de L'Hospitala
- Pochodne wyższych rzędów, twierdzenie Taylora i jego zastosowania
- monotoniczność, wypukłość i asymptoty; badanie przebiegu zmienności funkcji

VII Rachunek całkowy funkcji jednej zmiennej

- Funkcja pierwotna
- Całkowanie przez podstawienie i przez części, całkowanie funkcji wymiernych, podstawienia Eulera
- Konstrukcja całki Riemanna poprzez sumy górne i dolne, sumy Riemanna, interpretacja geometryczna, funkcje całkowalne
- Twierdzenia o wartości średniej
- Podstawowe twierdzenie rachunku całkowego
- Zastosowania geometryczne i fizyczne całki oznaczonej
- Całki niewłaściwe

VIII Szeregi liczbowe

- Zbieżność szeregu, warunek konieczny zbieżności

- Kryteria zbieżności dla szeregów o wyrazach nieujemnych i dowolnych

IX Ciągi i szeregi funkcyjne, szeregi potęgowe

- Zbieżność punktowa i jednostajna ciągów i szeregów funkcyjnych, kryteria zbieżności jednostajnej
- Różniczkowanie i całkowanie ciągów i szeregów funkcyjnych
- Promień i obszar zbieżności szeregu potęgowego
- Rozwijanie funkcji w szereg Taylora
- Funkcje elementarne zmiennej zespolonej
- Pochodna funkcji zmiennej zespolonej

X Przestrzenie metryczne

- Przykłady przestrzeni metrycznych i własności metryki, przestrzeń $\mathbb{R}^n$ jako przestrzeń metryczna
- Ciągi zbieżne w przestrzeniach metrycznych
- Zbiory otwarte i domknięte, charakteryzacja ciągowa zbiorów domkniętych
- Ciągłość odwzorowań przestrzeni metrycznych
- Przestrzenie zupełne, Zasada Banacha
- Zbiory zwarte i spójne

XI Granice i ciągłość funkcji wielu zmiennych

XII Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych

- Pochodna kierunkowa, cząstkowa, gradient funkcji i ich interpretacje geometryczne
- Pochodna odwzorowania, macierz Jacobiego
- Własności pochodnej: suma, iloczyn, złożenie, reguła łańcucha
- Pochodne wyższych rzędów
- Twierdzenie Taylora
- Ekstrema lokalne
- Twierdzenie o funkcji uwikłanej i o lokalnym odwracaniu odwzorowań
- Ekstrema związane (warunkowe), hiperpowierzchnie, przestrzeń styczna

XIII Całka funkcji wielu zmiennych

- Przestrzenie i funkcje mierzalne
- Miara Lebesgue'a, zbiory miary zero
- Całka Lebesgue'a i jej związek z całką Riemanna
- Twierdzenie Fubiniego
- Zamiana zmiennych w całce; współrzędne biegunowe, sferyczne i walcowe

- Zastosowania całki podwójnej i potrójnej

XIV Elementy równań różniczkowych zwyczajnych

- Twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań
- Podstawowe typy równań różniczkowych skalarnych, metoda rozdzielonych zmiennych
- Układy równań różniczkowych liniowych
- Stabilność punktów równowagi, funkcja Lapunowa

XV Całki krzywoliniowe i powierzchniowe

- Całka krzywoliniowa i jej interpretacja fizyczna
- Twierdzenie Greena
- Niezależność całki od drogi całkowania
- Całka powierzchniowa i twierdzenie Gaussa

XVI Szeregi Fouriera

- Elementy przestrzeni Hilberta, iloczyn skalarny, norma
- Twierdzenie Pitagorasa, tożsamość Bessela
- Układy zupełne, twierdzenie Riesza
- Układ trygonometryczny, rozwijanie funkcji w szereg Fouriera
- Zbieżność punktowa szeregów Fouriera - twierdzenie Dirichleta
- Twierdzenie Fejera
- Zastosowania w równaniach fizyki matematycznej

Literatura podstawowa

1. A. Birkholc, *Analiza matematyczna dla nauczycieli*, PWN, Warszawa 1980.
2. L. Górniewicz i R. Ingarden, *Analiza matematyczna dla fizyków*, t. I i II, Wydawnictwo UMK, Toruń 1996.
3. G. M. Fichtenholz, *Rachunek różniczkowy i całkowy*, t. I–III, PWN, Warszawa (wiele wydań).
4. K. Kuratowski, *Rachunek różniczkowy i całkowy*, PWN, Warszawa (wiele wydań).
5. F. Leja, *Rachunek różniczkowy i całkowy*, PWN, Warszawa (wiele wydań).
6. W. Rudin, *Podstawy analizy matematycznej*, PWN, Warszawa 1996.
7. M. Spivak, *Analiza na rozmaitościach*, PWN, Warszawa 2006.

Literatura uzupełniająca (zbiory zadań)

1. J. Banaś i S. Wędrychowicz, *Zbiór zadań z analizy matematycznej*, WNT, Warszawa (wiele wydań).
2. M. Gewert, Z. Skoczylas, *Analiza matematyczna 1* oraz *Analiza matematyczna 2*, *Definicje, twierdzenia, wzory* oraz *Przykłady i zadania*, Matematyka dla Studentów Politechnik, Oficyna Wydawnicza GiS, wydania z ostatnich lat.
3. W. Kaczor, *Zadania z analizy matematycznej*, cz. 1 i 2, PWN, Warszawa 2005.
4. W. Krysicki i L. Włodarski, *Analiza matematyczna w zadaniach*, t. I i II, PWN, Warszawa (wiele wydań).